

LIB. I. 124. Ponatur Logarithmus hyperbolicus ipsius $1+x$ seu $\ln(1+x) = y$; erit $y = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$. Sumto autem numero a pro basi Logarithmica, sit numeri ejusdem $1+x$ Logarithmus $= v$; erit, ut vidimus, $v = \frac{1}{k}(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots) = \frac{y}{k}$; hincque $k = \frac{y}{v}$; ex quo commodissime valor ipsius k basi a respondens ita definitur ut sit æqualis cuiusvis numeri Logarithmo hyperbolico diviso per Logarithmum ejusdem numeri ex basi a formati. Posito ergo numero hoc $= a$, erit $v = 1$, hincque fit $k = \text{Logarithmo hyperbolico basis } a$. In systemate ergo Logarithmorum communium, ubi est $a = 10$, erit $k = \text{Logarithmo hyperbolico ipsius } 10$, unde fit $k = 2,3025850929940456840179914$, quem valorem jam supra satis prope collegimus. Si ergo singuli Logarithmi hyperbolici per hunc numerum k dividantur, vel, quod eodem redit, multiplicentur per hanc fractionem decimalem $0,4342944819032518276511289$, prodibunt Logarithmi vulgares basi $a = 10$ convenientes.

125. Cum sit $e^z = 1 + \frac{z}{1} + \frac{z^2}{1.2} + \frac{z^3}{1.2.3} + \dots$, si ponatur $a^y = e^z$, erit, sumtis Logarithmis hyperbolicis, $yl_a = z$, quia est $le = 1$, quo valore loco z substituto, erit $a^y = 1 + \frac{yl_a}{1} + \frac{y^2(la)^2}{1.2} + \frac{y^3(la)^3}{1.2.3} + \dots$, unde quælibet quantitas exponentialis ope Logarithmorum hyperbolicorum per Seriem infinitam explicari potest. Tum vero, denotante i numerum infinite magnum, tam quantitates exponentiales quam Logarithmi per potestates exponi possunt. Erit enim $e^z = (1 + \frac{z}{i})^i$, hincque $ay = (1 + \frac{yl_a}{i})^i$, deinde pro Logarithmis hyperbolicis habetur $\ln(1+x) = i((1+x)^{\frac{1}{i}} - 1)$. De cetero